

ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

Κεφάλαιο 3

- Αναπτυσσόμενες τάσεις στο έδαφος

ΕΝΤΑΤΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

ΤΑΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΡΟΥΝ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ

α) Τάσεις λόγω ιδίου βάρους του εδάφους

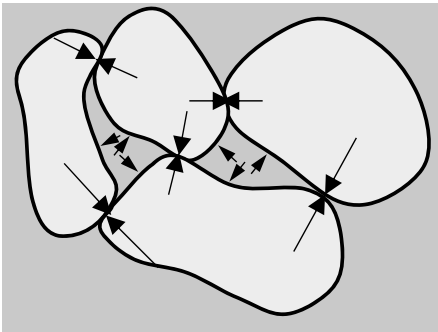
β) Τάσεις λόγω εξωτερικών φορτίων

α) Τάσεις λόγω ιδίου βάρους του εδάφους

Οι τάσεις οι οποίες ενεργούν σε μια κορεσμένη εδαφική μάζα χωρίζονται:

α) Στις ενεργές τάσεις σ' : Είναι οι τάσεις που μεταδίδονται από κόκκο σε κόκκο.

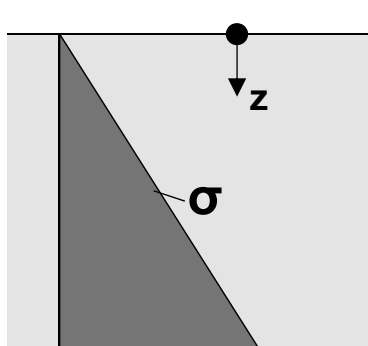
β) Στις πιέσεις των πόρων u : Είναι οι τάσεις που αναπτύσσονται στο νερό που υπάρχει στους πόρους.



Η ολική τάση σ είναι το άθροισμα τους

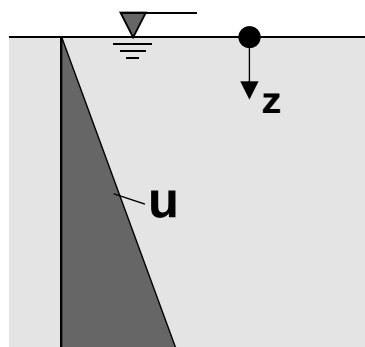
$$\sigma = \sigma' + u$$

Κατανομή των τάσεων με το βάθος



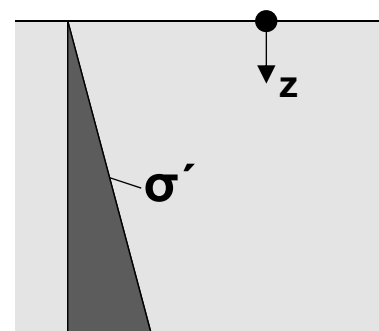
$$\sigma = \gamma \times z$$

ολική τάση



$$u = \gamma_w \times z$$

πίεση του νερού
των πόρων



$$\sigma' = \gamma' \times z$$

ενεργός τάση

Το ειδικό βάρος του κορεσμένου εδάφους συμβολίζεται $\gamma_{\text{κορ}} > \gamma$.

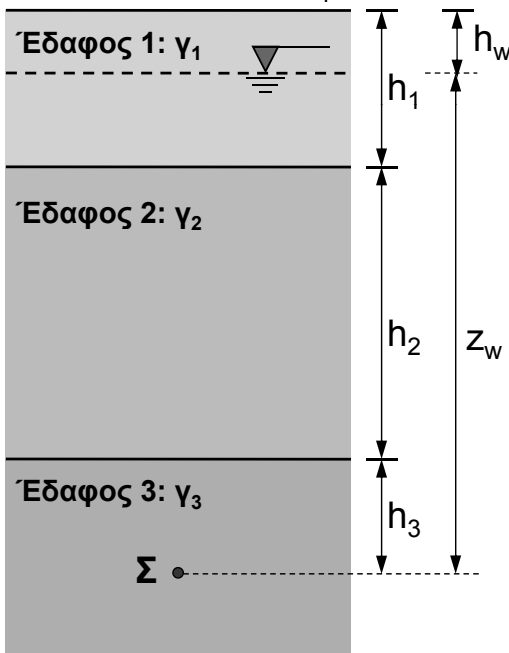
Άρα κανονικά $\gamma' = \gamma_{\text{κορ}} - \gamma_w$

Συχνά όμως λαμβάνεται $\gamma_{\text{κορ}} \approx \gamma$ οπότε $\gamma' = \gamma - \gamma_w$

Το ειδικό βάρος του νερού είναι $\gamma_w \approx 10.0 \text{ kPa}$

Υπολογισμός τάσεων στο έδαφος (λόγω I.B.)

Να υπολογιστούν οι ενεργές τάσεις στο σημείο Σ (θεωρείται $\gamma_{\text{κορ}} = \gamma$)



1^{ος} τρόπος υπολογισμού:

Ολικές τάσεις στο Σ: $\sigma_{\text{vo},\Sigma} = \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_2 \cdot h_2 + \gamma_3 \cdot h_3$

Πίεση νερού πόρων στο Σ: $u_\Sigma = \gamma_w \cdot z_w$
(υπολογίζεται από εκεί που ξεκινά ο υδροφόρος ορίζοντας)

Ενεργές τάσεις στο Σ: $\sigma'_{\text{vo},\Sigma} = \sigma_{\text{vo},\Sigma} - u_\Sigma$

2^{ος} τρόπος υπολογισμού:

Ενεργές τάσεις στο Σ:

$$\sigma'_{\text{vo},\Sigma} = \gamma_1 \cdot h_w + \gamma'_1 \cdot (h_1 - h_w) + \gamma'_2 \cdot h_2 + \gamma'_3 \cdot h_3$$

Δηλαδή στα κορεσμένα εδάφη λαμβάνεται:

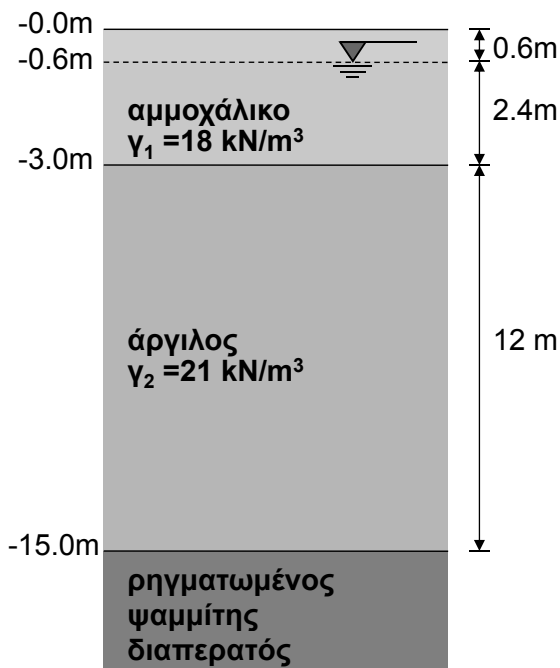
$$\gamma'_1 = (\gamma_1 - \gamma_w) \quad \gamma'_2 = (\gamma_2 - \gamma_w) \quad \gamma'_3 = (\gamma_3 - \gamma_w)$$

Όλες οι τάσεις προκύπτουν σε $\frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \text{kPa}$



❖ Εφαρμογή :

Να υπολογιστούν και να σχεδιαστούν οι κατανομές με το βάθος των ολικών, των ενεργών τάσεων καθώς και των πιέσεων του νερού των πόρων (να θεωρηθεί για τα εδάφη $\gamma_{\text{κορ}} = \gamma$ και για το νερό $\gamma_w = 10 \text{ kPa}$)



Ο υπολογισμός των τάσεων θα πρέπει να γίνει σε κάθε σημείο που αλλάζει το έδαφος όπως και στη στάθμη που ξεκινά ο υδροφόρος ορίζοντας.

Στάθμη 0.0m:

$$\sigma_{\text{vo},0\text{m}} = \gamma_1 \cdot 0 = 0 \text{ kPa}$$

$$u_{0\text{m}} = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{\text{vo},0\text{m}} = \sigma_{\text{vo},0\text{m}} - u_{0\text{m}} = 0 \text{ kPa}$$

Στάθμη -0.6m:

$$\sigma_{\text{vo},0.6\text{m}} = \gamma_1 \cdot 0.6 = 18 \cdot 0.6 = 10.8 \text{ kPa}$$

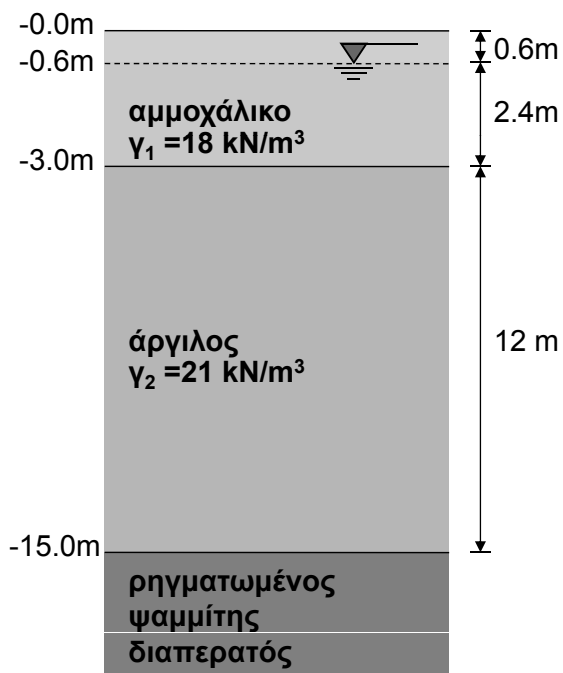
$$u_{0.6\text{m}} = 0 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{\text{vo},0.6\text{m}} = \sigma_{\text{vo},0.6\text{m}} - u_{0.6\text{m}} = 10.8 \text{ kPa}$$



❖ Συνέχεια εφαρμογής :

Να υπολογιστούν και να σχεδιαστούν οι κατανομές με το βάθος των ολικών, των ενεργών τάσεων καθώς και των πιέσεων του νερού των πόρων (να θεωρηθεί για τα εδάφη $\gamma_{κορ}=\gamma$ και για το νερό $\gamma_w=10\text{kPa}$)



Στάθμη -3.0m:

$$\sigma_{vo,3m} = \gamma_1 \cdot 3.0 = 18 \cdot 3.0 = 54.0 \text{ kPa}$$

$$u_{3m} = \gamma_w \cdot h_w = 10 \cdot 2.4 = 24.0 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{vo,3m} = \sigma_{vo,3m} - u_{3m} = 54.0 - 24.0 = 30.0 \text{ kPa}$$

Στάθμη -15.0m:

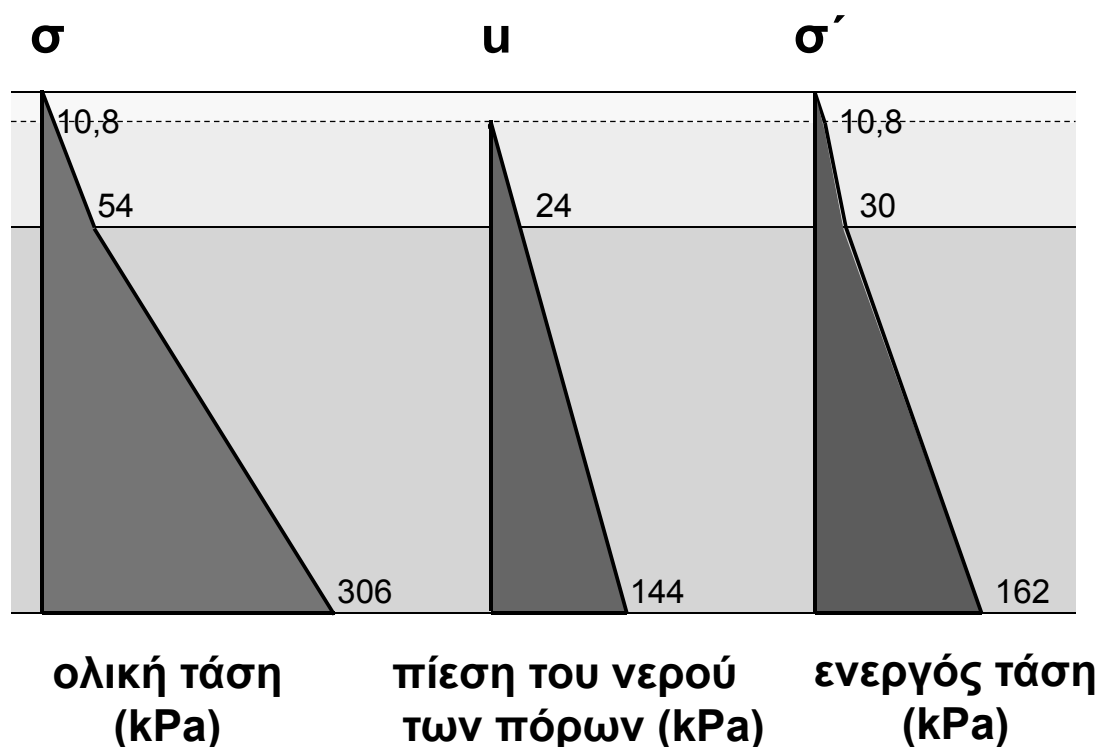
$$\begin{aligned} \sigma_{vo,15m} &= \gamma_1 \cdot 3.0 + \gamma_2 \cdot 12.0 = \\ &= 18 \cdot 3.0 + 21 \cdot 12.0 = 306.0 \text{ kPa} \end{aligned}$$

$$u_{15m} = \gamma_w \cdot h_w = 10 \cdot 14.4 = 144.0 \text{ kPa}$$

$$\begin{aligned} \sigma'_{vo,15m} &= \sigma_{vo,15m} - u_{15m} \\ &= 306.0 - 144.0 = 162.0 \text{ kPa} \end{aligned}$$



❖ Συνέχεια εφαρμογής :



Οριζόντιες γεωστατικές τάσεις

$$\sigma'_h = \sigma'_v \times k_o$$

k_o είναι ο συντελεστής ωθήσεων σε ηρεμία. Για την προσέγγιση της τιμής του k_o μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μία από τις παρακάτω σχέσεις:

$$k_o = 1 - \sin \phi' \quad (\text{Jaky, 1944})$$

$$k_o = \nu / (1 - \nu) \quad (\text{Terzaghi, 1943})$$

$$k_o = 0.19 + 0.233 \log IP \quad (\text{Kenney, 1959})$$

β) Κατακόρυφες τάσεις λόγω εξωτερικών φορτίων (πρόσθετες τάσεις)

Προσδιορίζονται με τη θεωρία του Boussinesq

Παραδοχές της θεωρίας του Boussinesq

- Το έδαφος είναι ισότροπο και ομοιογενές
- Το έδαφος είναι γραμμικά ελαστικό
- Ο ημίχωρος είναι αβαρής

Κατανομή των τάσεων κάτω από μοναχικό φορτίο

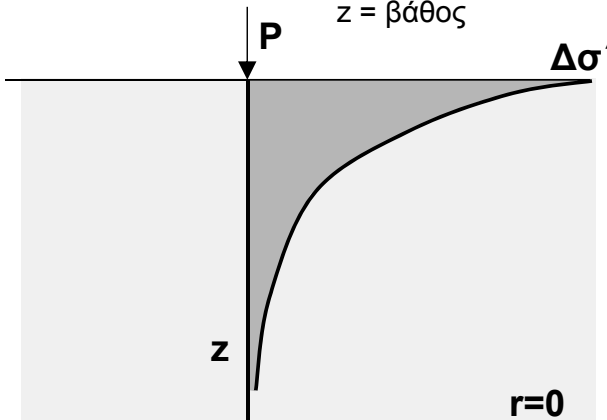
Η μείωση των τάσεων $\Delta\sigma$ με το βάθος και την οριζόντια απόσταση από το σημείο εφαρμογής της δύναμης ακολουθεί τη σχέση του Boussinesq:

$$\Delta\sigma' = \frac{3P}{2\pi z^2} \left[\frac{1}{1 + (r/z)^2} \right]^{\frac{5}{2}}$$

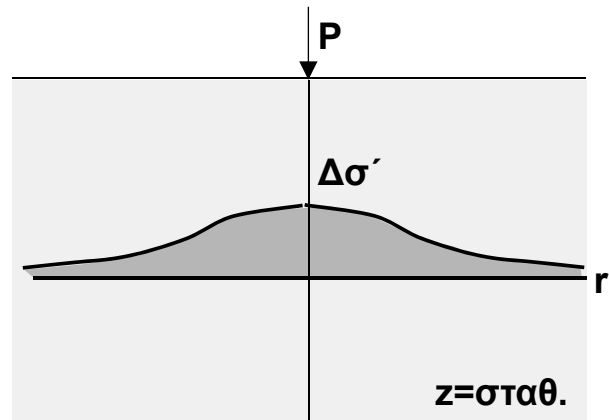
όπου:

r = οριζόντια απόσταση από το φορτίο P

z = βάθος



Κατά την κατακόρυφη διεύθυνση



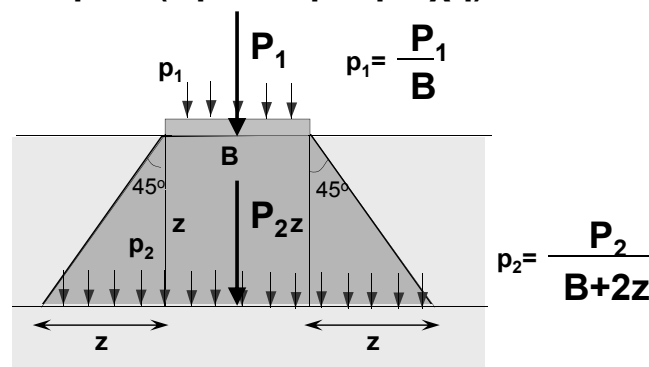
Κατά την οριζόντια διεύθυνση

Εδαφομηχανική - Μαραγκός Ν. (2009). Προσθήκες Κίρτας Ε. (2010)

σελ. 3.11

Χονδρική προσέγγιση της κατανομής των τάσεων με το βάθος κάτω από θεμέλια

Μία πρώτη, πρακτική προσέγγιση της κατανομής είναι η εξής: Γίνεται η θεώρηση ότι οι τάσεις περιορίζονται στην περιοχή που ορίζουν οι ευθείες με κλίση 45° (πράσινη περιοχή).



Ισχύει το θεώρημα της ισοροπίας των δυνάμεων:

$$P_1 = P_2 \rightarrow$$

$$p_1 \times B = p_2 \times (B+2z) \rightarrow$$

$$p_2 = \frac{p_1 \times B}{(B + 2z)} \rightarrow \text{μείωση της τάσης με το βάθος}$$

Εδαφομηχανική - Μαραγκός Ν. (2009). Προσθήκες Κίρτας Ε. (2010)

σελ. 3.12

Θεωρητική προσέγγιση της κατανομής των τάσεων με το βάθος κάτω από θεμέλια

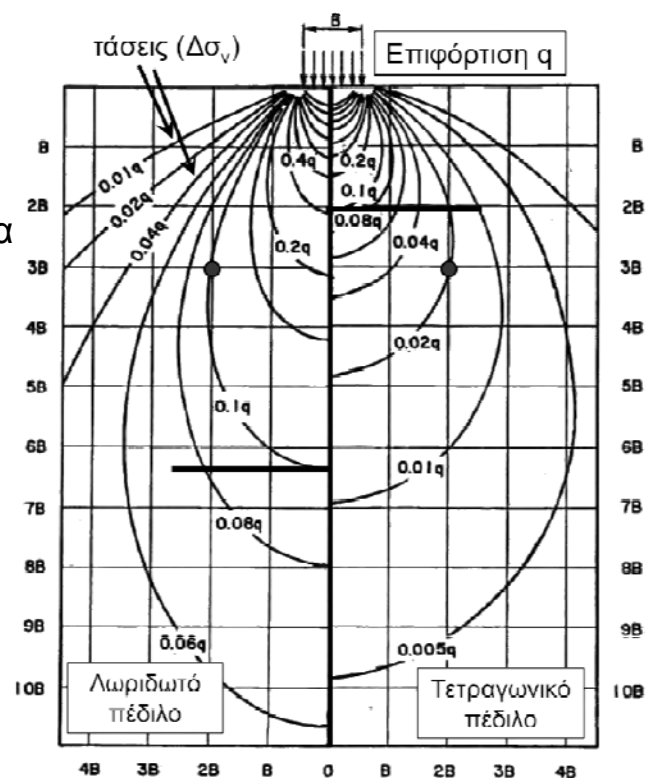
Θεωρητικά το πρόβλημα προσεγγίζεται με τη λύση του *Schleicher* (1926) η οποία στηρίζεται στη θεωρία του *Boussinesq* (1885).

Για τον προσδιορισμό των κατακόρυφων τάσεων χρησιμοποιούνται έτοιμα Νομογραφήματα για διάφορα είδη φορτίσεων (ομοιόμορφη, τριγωνική, κ.λπ).

Γενικώς τα γραφήματα αναφέρονται στο άκρο του θεμελίου. Για το κέντρο του θεμελίου εφαρμόζεται η μέθοδος της επαλληλίας (βλ. παράδειγμα).

Βάθος ανάπτυξης τάσεων επιφόρτισης

- Οι αναπτυσσόμενες τάσεις με το βάθος φαίνονται στο διπλανό σχήμα
- Το βάθος επιρροής σε θεμελιολωρίδα ($L \gg B$) είναι μεγαλύτερο από ότι σε τετραγωνικό πέδιλο
- Εκτιμάται βάθος επιρροής φόρτισης:
Θεμελιολωρίδα $z_{\max} \approx 5B \sim 6B$
Τετραγωνικό $z_{\max} \approx 2B$



(Σχήμα: Καββαδάς, 2005)

Τάσεις επιφόρτισης στη γωνία εύκαμπτου θεμελίου

- Τάσεις για ομοιόμορφη επιφόρτιση:

- Οι πρόσθετες τάσεις ($\Delta\sigma$) στο έδαφος (σε εύκαμπτο πέδιλο) λόγω της επιφόρτισης μπορούν να υπολογιστούν με το βάθος με τη σχέση:

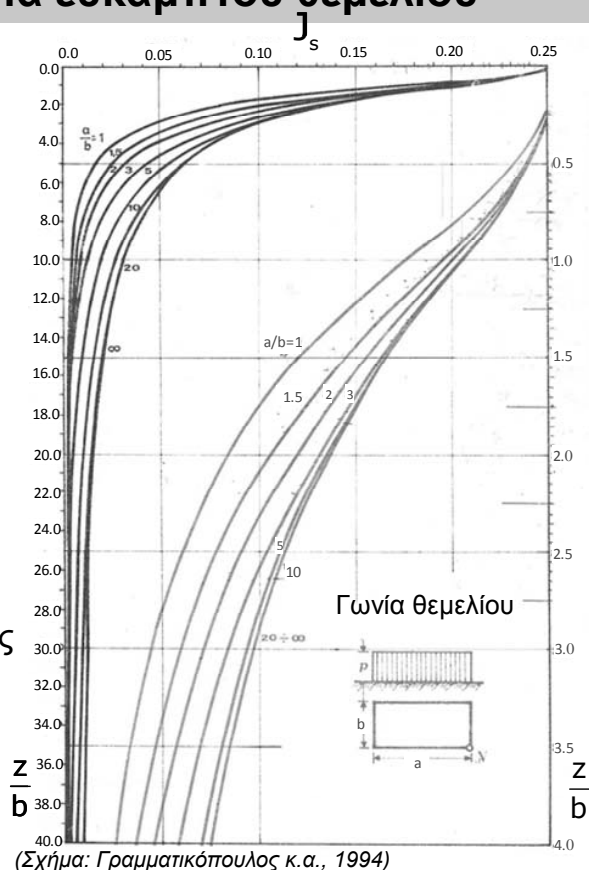
$$\Delta\sigma = J_s \cdot q_0$$

όπου:

J_s τασικός συντελεστής στη γωνία του θεμελίου (σχήμα) συνάρτηση των λόγων z/b και a/b (ή L/B) – το z από τη στάθμη θεμελίωσης και προς τα κάτω

$q_0 = q_\theta - \sigma'_{v,Df}$ η τιμή της πρόσθετης τάσης (με επίχωση $q_0 = q_\theta$) στη στάθμη θεμελίωσης

Για την εύρεση της $\Delta\sigma$ στο κέντρο του θεμελίου, αυτό χωρίζεται νοητά σε 4 ίσα ορθογώνια και προστίθενται οι επιμέρους $\Delta\sigma$



(Σχήμα: Γραμματικόπουλος κ.α., 1994)

Τάσεις επιφόρτισης στο χαρακτ. σημείο εύκαμπτου θεμελίου

- Τάσεις για ομοιόμορφη επιφόρτιση:

- Οι πρόσθετες τάσεις ($\Delta\sigma$) στο έδαφος (σε δύσκαμπτο πέδιλο) λόγω της επιφόρτισης ισούνται με αυτές στο χαρακτηριστικό σημείο C εύκαμπτου πεδίου :

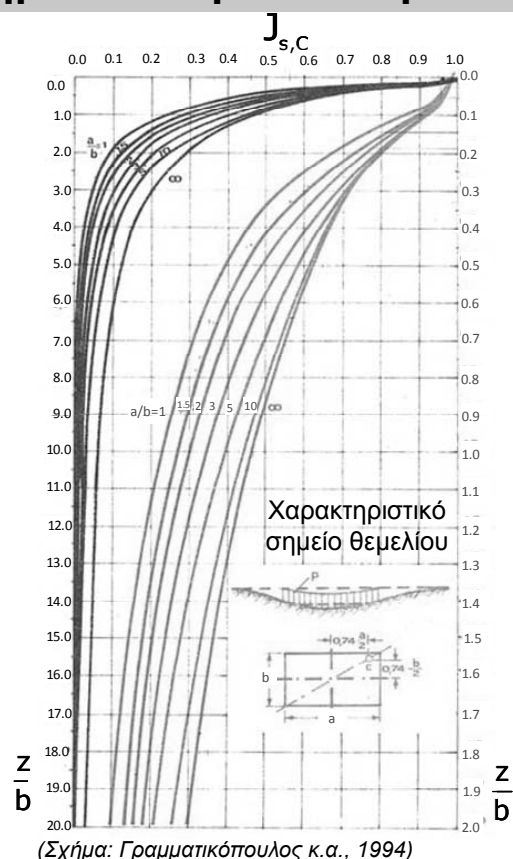
$$\Delta\sigma = J_{s,C} \cdot q_0$$

όπου:

$J_{s,C}$ τασικός συντελεστής στο χαρακτηριστικό σημείο C θεμελίου (σχήμα) συνάρτηση των λόγων z/b και a/b (ή L/B) – το z από τη στάθμη θεμελίωσης και προς τα κάτω

$q_0 = q_\theta - \sigma'_{v,Df}$ η τιμή της πρόσθετης τάσης (με επίχωση $q_0 = q_\theta$) στη στάθμη θεμελίωσης

Η τιμή αυτή της $\Delta\sigma$ στο χαρακτηριστικό σημείο C χρησιμοποιείται συχνά για τον υπολογισμό της καθίζησης δύσκαμπτου πεδίου (Τσότσος 1991)



(Σχήμα: Γραμματικόπουλος κ.α., 1994)

Τάσεις επιφόρτισης εύκαμπτου θεμελίου



❖ Εφαρμογή :

Πέδιλο διαστάσεων $2.0 \times 2.4 \text{ m}$ με κατακόρυφο φορτίο 500 kN θα θεμελιωθεί σε βάθος 1.0 m (δίχως επίχωση) σε αμμώδες έδαφος με $c=0 \text{ kN/m}^2$, $\varphi=30^\circ$, $\gamma=18 \text{ kN/m}^3$.

Να βρεθεί η πρόσθετη ενεργός κατακόρυφη τάση σε βάθος 3.0 m από την επιφάνεια:

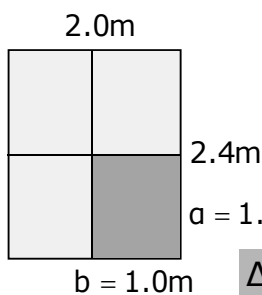
(α) κάτω από το κέντρο του θεμελίου

(β) κάτω από το χαρακτηριστικό σημείο του θεμελίου

Επίλυση :

Ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο στη βάση του πεδίου: $q_0 = \frac{500}{2.0 \cdot 2.4} = 104.17 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

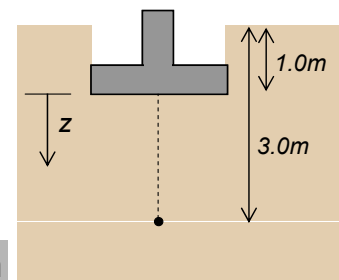
(α) για το κέντρο του θεμελίου θα πρέπει το πέδιλο να χωριστεί νοητά σε 4 όμοια ορθογώνια όπως φαίνεται στο σχήμα.



$$\left. \begin{aligned} z = 2.0 \text{ m} \rightarrow \frac{z}{b} &= \frac{2}{1} = 2 \\ \frac{a}{b} &= \frac{1.2}{1} = 1.2 \end{aligned} \right\} J_s = 0.09$$

$$q_0 = q_0 - \sigma'_{v,Df} = 104.17 - 18 \cdot 1.0 = 86.17 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\Delta\sigma = 4 \cdot J_s \cdot q_0 = 4 \cdot 0.09 \cdot 86.17 = 31.02 \text{ kPa}$$



Εδαφομηχανική - Μαραγκός Ν. (2009). Προσθήκες Κίρτας Ε. (2010)

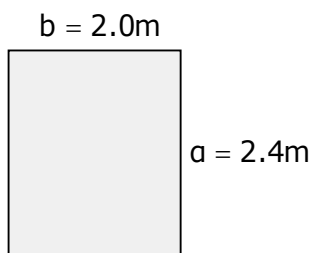
σελ. 3.17

Τάσεις επιφόρτισης εύκαμπτου θεμελίου



❖ Συνέχεια εφαρμογής :

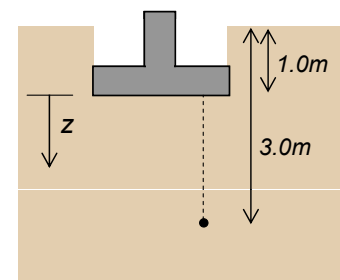
(β) για το χαρακτηριστικό σημείο του θεμελίου λαμβάνεται το σχήμα του πεδίου ως έχει.



$$\left. \begin{aligned} z = 2.0 \text{ m} \rightarrow \frac{z}{b} &= \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{a}{b} &= \frac{2.4}{2} = 1.2 \end{aligned} \right\} J_s = 0.24$$

$$q_0 = q_0 - \sigma'_{v,Df} = 104.17 - 18 \cdot 1.0 = 86.17 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\Delta\sigma = J_{s,C} \cdot q_0 = 0.24 \cdot 86.17 = 20.68 \text{ kPa}$$



Τι θα άλλαζε στην επίλυση αν είχε γίνει επίχωση πάνω από το πέδιλο?

Στην περίπτωση αυτή η πρόσθετη τάση (το επιπλέον φορτίο) στη στάθμη θεμελίωσης θα ήταν ίση με το σύνολο του φορτίου του πεδίου $q_0 = q_0 = 104.17 \text{ kPa}$, καθώς το βάρος του εδάφους που αφαιρέθηκε για την κατασκευή της θεμελίωσης ξαναπροστέθηκε στη συνέχεια εφόσον έγινε επίχωση.

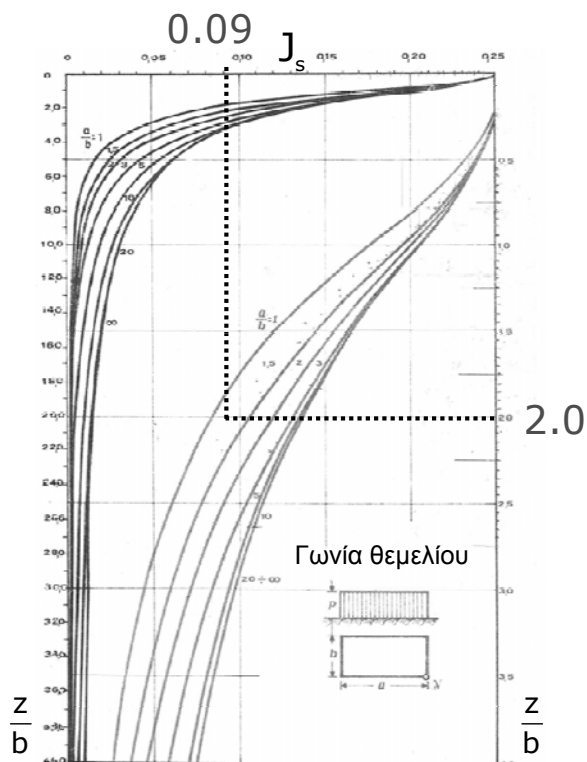
Εδαφομηχανική - Μαραγκός Ν. (2009). Προσθήκες Κίρτας Ε. (2010)

σελ. 3.18

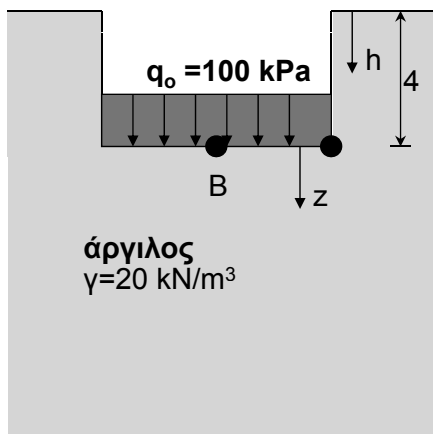
Τάσεις επιφόρτισης εύκαμπτου θεμελίου



❖ Συνέχεια εφαρμογής :



Παράδειγμα: Να υπολογιστούν με τα διαγράμματα Boussinesq οι πρόσθετες (εισαγόμενες λόγω των φορτίων της οικοδομής) κατακόρυφες τάσεις α) κάτω από το άκρο του θεμελίου, β) κάτω από το κέντρο του και γ) κάτω από το χαρακτηριστικό σημείο στα βάθη των 4 και 10 m. Δίνονται $B=5\text{m}$, $L=10\text{m}$.



• Βάθος $h=4\text{m}$

α) Κάτω από το άκρο

$$\alpha/b = L/B = 10/5 = 2$$

$$\text{Για } z=0, z/b=0 \rightarrow J_s = 0,25$$

$$\Delta\sigma' = J_s \times q_0 = 0,25 \times 100 = 25 \text{ kPa}$$

β) Κάτω από το κέντρο

$$\alpha/b = (L/2)/(B/2) = 5/2,5 = 2$$

$$\text{Για } z=0, z/b=0 \rightarrow J_s = 0,25$$

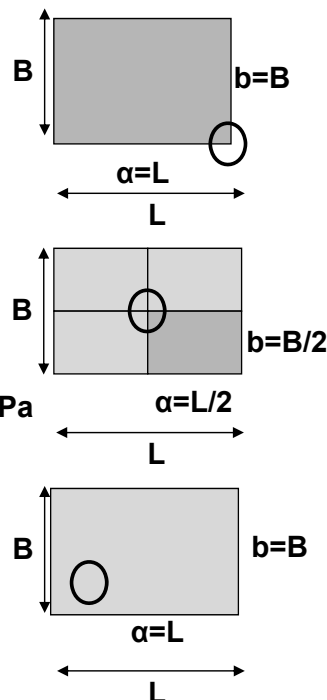
$$\Delta\sigma' = 4 \times J_s \times q_0 = 4 \times 0,25 \times 100 = 100 \text{ kPa}$$

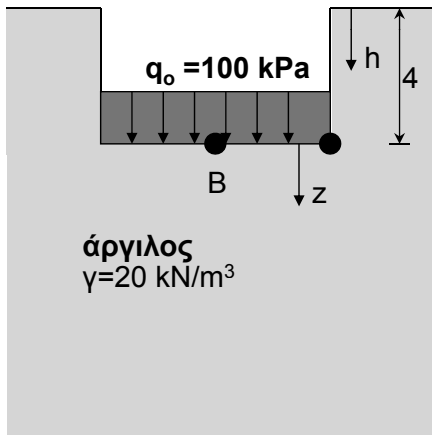
γ) Κάτω από το χαρακτηριστικό σημείο

$$\alpha/b = L/B = 10/5 = 2$$

$$\text{Για } z=0, z/b=0 \rightarrow J_s = 1$$

$$\Delta\sigma' = J_s \times q_0 = 1 \times 100 = 100 \text{ kPa}$$





• Βάθος $h=10\text{m}$

α) Κάτω από το άκρο

$$\alpha/b=L/B=10/5=2$$

$$\text{Για } z=6, z/b=1,2 \rightarrow J_s=0,18$$

$$\Delta\sigma' = J_s \times q_o = 0,18 \times 100 = 18 \text{ kPa}$$

β) Κάτω από το κέντρο

$$\alpha/b=(L/2)/(B/2)=5/2,5=2$$

$$\text{Για } z=6, z/b=2,4 \rightarrow J_s=0,09$$

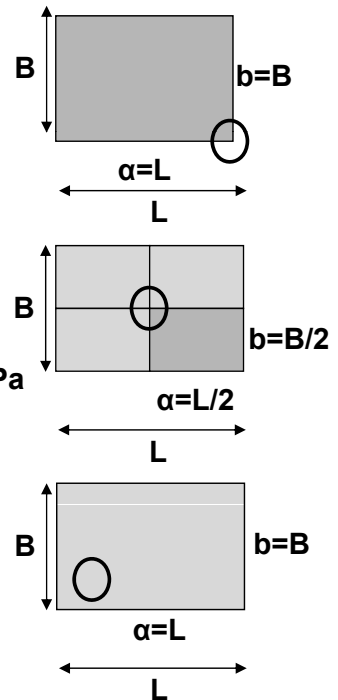
$$\Delta\sigma' = 4 \times J_s \times q_o = 4 \times 0,09 \times 100 = 36 \text{ kPa}$$

γ) Κάτω από το χαρακτηριστικό σημείο

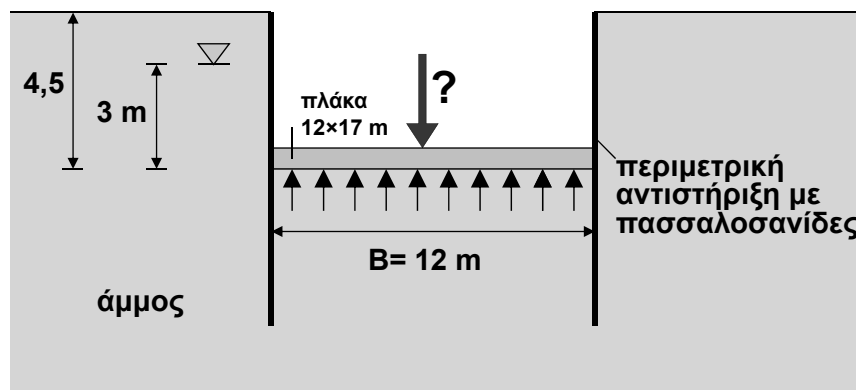
$$\alpha/b=L/B=10/5=2$$

$$\text{Για } z=6, z/b=1,2 \rightarrow J_s=0,25$$

$$\Delta\sigma' = J_s \times q_o = 0,25 \times 100 = 25 \text{ kPa}$$



Εφαρμογή σε πρόβλημα άνωσης: Υπολογίστε το απαιτούμενο κατακόρυφο φορτίο που πρέπει να εφαρμοστεί στην πλάκα θεμελίωσης του Σχήματος ώστε η πλάκα να μην υποστεί ανύψωση (αστοχία) όταν λόγω παύσης των αντλήσεων, το υπόγειο νερό ανέλθει στην αρχική του στάθμη (=1,5 m). Ο απαιτούμενος συντελεστής ασφαλείας να ληφθεί ίσος με 1.5



Όταν διακοπούν οι αντλήσεις, στην πλάκα θα ενεργεί από κάτω η πίεση:

$$u = h \cdot \gamma_w = 3.0 \times 10 = 30 \text{ kPa}$$

Η ανωτική δύναμη στην περίπτωση αυτή θα είναι:

$$U = u \times B \times L = 30 \times 12 \times 17 = 6120 \text{ kN}$$

η οποία σε περίπτωση που είναι μεγαλύτερη από το ίδιο βάρος της πλάκας θα προκαλέσει την ανύψωση της και την καταστροφή της θεμελίωσης.

Η άντληση του νερού θα πρέπει συνεπώς να συνεχίζεται μέχρις ότου το άθροισμα των φορτίων του ιδίου βάρους της πλάκας και των φορτίων που θα ασκούνται πρόσθετα πάνω της (με τη σταδιακή αύξηση των ορόφων) γίνει ίσο με 6120 kN.

Εισάγοντας και ένα συντελεστή ασφάλειας ίσο με $F.S. = 1,5$, προκύπτει ως απαιτούμενο συνολικό φορτίο το φορτίο των: $6120 \times 1,5 = 9180 \text{ kN}$.